

## Progression sur le raisonnement

Raisonnement est une compétence des mathématiques demande un long processus d'apprentissage et de maturation chez l'élève et doit donc être progressif et commencer dès l'école primaire.

Tous les thèmes des mathématiques étudiés permettent de raisonner et pas seulement la géométrie : **Nombres et calculs, Grandeurs et mesure, espace et géométrie** (qui reste un domaine privilégié pour mettre en place des démonstrations) puis à partir du cycle 4, se rajoutent **algorithmique et programmation** ainsi qu'**organisation et gestion des données, fonctions**.

Le raisonnement collectif apparaît comme un outil, progressivement mis en place du cycle 2 au cycle 4 et qui permet à l'élève de prendre conscience de la diversité des méthodes, de la nécessité de l'écoute d'autrui et de l'importance de justifier et d'argumenter ses affirmations.

### Au cycle 2, raisonner :

- Pour **chercher** : la manipulation reste au cœur de la phase de recherche mathématique d'un problème car dans le monde de la perception et de l'action l'élève représente plus facilement et apprend à anticiper et raisonner sur les perceptions et les actions : Toutes les mises en situation concrètes aident l'élève à saisir le problème en effectuant par exemple une recherche par essais-erreurs ou par tâtonnement. Il peut également conduire des procédures exhaustive qui seront plus difficiles sur de grands ensembles.
- Pour **résoudre des problèmes** : En comprenant l'énoncé, en mettant en place un calcul, en anticipant le résultat d'un calcul ou d'une mesure, en apprenant à décrire puis analyser une figure ou un solide. Dans les problèmes de modélisation il faut raisonner pour reconnaître les problèmes de référence. Pour les problèmes numériques quatre problèmes de référence sont identifiés : les problèmes de réunion ou d'augmentation, les problèmes de complément ou de diminution, les problèmes de produit d'ensembles ou de distribution, et les problèmes de partage.
- Reproduire des figures en **géométrie** avec les instruments. La progression dans le raisonnement sur les figures s'appuie sur une complexité croissante des figures et des instruments disponibles (support quadrillé ou vierge, papier calque, règle graduée ou non, gabarit, logiciel de géométrie ...).
- Pour **justifier un résultat** : Deux types de raisonnements sont à privilégier : par disjonction des cas (étudier toutes les possibilités d'une situation, avec l'étude exhaustive de tous les cas comme cas limite) et par contre-exemple. L'élève prend conscience de l'intérêt de justifier ses affirmations. Dans les problèmes numériques, une bonne modélisation permet de justifier un résultat par un calcul.

### Au cycle 3 raisonner :

- Pour **chercher** : comme au cycle 2, les manipulations restent au cœur de l'approche d'un problème mathématique en début de cycle 3. Les logiciels permettent d'explorer les possibilités. Par exemple tableur et calculateur permettent des explorations pour les problèmes numériques. L'utilisation de logiciels de géométrie dynamique type « GeoGebra » peut remplacer certaines manipulations et permet d'émettre des hypothèses

sur les propriétés d'une figure géométrique (raisonnement déductif). Des langages de programmation (Geotortur, Scratch ...) permettent également d'explorer par simulation ou par expérimentation avec des robots.

- Pour **résoudre des problèmes** : en organisant des données, en construisant une démarche qui combine des étapes de raisonnement, en vérifiant les résultats.
- En **géométrie** : la géométrie perceptive laisse peu à peu la place à la géométrie contrôlée par les instruments puis s'appuie sur les propriétés des figures.
- Pour **justifier** : en fin de cycle 3, les raisonnements inductifs par implication apparaissent et le contre-exemple peut être introduit. L'élève prend conscience de la nécessité de justifier ses affirmations, notamment avec les limites de la perception et de l'action.

#### **Au cycle 4, raisonner :**

- Pour **chercher** : Les logiciels de géométrie dynamique, tableur ou de programmation permettent d'émettre des conjectures (Raisonnement déductif) dans les domaines numériques ou géométriques.
- Pour **résoudre des problèmes** impliquant des grandeurs variées : mobiliser les connaissances nécessaires, analyser et exploiter ses erreurs, mettre à l'essai plusieurs solutions. (Mise en équation et résolution)
- En **géométrie** : les raisonnements inductifs (par implication, par équivalence) permettent la rédaction des premières démonstrations. A partir de la 4<sup>ème</sup>, L'utilisation de la « réciproque » ou de la « contraposée » avec certains théorèmes de géométrie est évoqué, sans forcément exiger l'utilisation systématique du vocabulaire.
- En **algorithmique et programmation** :
  - Phase d'élaboration d'un programme : méthode par essai-erreur et rectification.
  - Phase d'exécution d'un programme : raisonnement par disjonction d'un très grand nombre de cas, raisonnement déductif (boucles conditionnelles SI...ALORS...SINON ou TANT...QUE).
- En **organisation et gestion des données, fonctions** : Rationnaliser des choix ou des décisions, argumenter des affirmations, exercer son esprit critique en procédant au traitement ou à l'analyse de données brutes ou de représentations graphiques.
- Pour **justifier, argumenter** : Les différents raisonnements utilisés dans chacun des thèmes mathématiques servent à fonder et à défendre les jugements de l'élève, en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation.

#### **Au lycée : Raisonnement et démonstration**

A partir du lycée, le vocabulaire et les notations étant introduits au fur et à mesure des besoins permettent une plus grande rigueur des raisonnements et aident à la formalisation des démonstrations.

- Utiliser les notions de **logique** élémentaire (Principe du tiers exclu, principe de non contradiction, règle du modus ponens, condition nécessaire ou condition suffisante, équivalence, réciproque, contraposée, connecteurs) pour bâtir un raisonnement
- Différencier le **statut des énoncés mathématiques** (Définitions, propriétés, théorèmes, axiomes...)
- Utiliser les différents types de **raisonnements** :
  - Analyse et synthèse (Raisonnements par Condition Suffisante puis par vérification (Equations diophantiennes en Terminale Scientifique Spécialité Mathématiques)
  - Par équivalence ou implication (résolutions d'équations, d'inéquations dès la Seconde, trigonométrie en 1<sup>ère</sup> Scientifique, calculs avec des fonctions en Terminale),
  - Par disjonction des cas (Géométrie dans l'espace et positions relatives (2<sup>nde</sup> à Terminale), trigonométrie en 1<sup>ère</sup> S, Arithmétique (congruence) en TS Spé Maths)
  - Par l'absurde, par contraposée (Reformulation des théorèmes de collège en Seconde)
  - Par récurrence (Terminale S)
- Effectuer des **inférences** (inductives, déductives) pour obtenir de nouveaux résultats, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture, prendre une décision.