

Fractions et nombres décimaux au cycle 3

Annexe 2 : De la fraction simple à la fraction décimale

RAPPEL¹

« Le travail sur les fractions simples conduit à rencontrer des fractions ayant un dénominateur égal à 10. Il prépare l'introduction des **fractions décimales**, définies comme des fractions particulières correspondant à un partage de l'unité en 10, 100, 1 000, etc. À ce stade, **la fraction décimale rend compte d'un partage**, elle n'est pas conçue par les élèves comme un quotient. »

Type de séance	Introduction des fractions décimales de dénominateur 10.
Savoir en jeu	Fractions partage, fractions décimale de dénominateur 10 ; cette séance s'inscrit dans le parcours de la construction du nombre décimal.
Objectifs pour l'élève	Manipuler des fractions décimales en travaillant sur le sens de la fraction partage, donner plusieurs écritures d'une fraction décimale.

Modalités (scénario), mise en commun, synthèse

Les élèves disposent de baguettes de bois identiques partagées en 10 parts égales, de bandes de papier de différentes longueurs, ainsi que d'une affiche pour y inscrire le résultat de leur recherche.

La règle graduée n'est pas autorisée. Les élèves travaillent par groupe de 3. Une baguette et une bande sont distribuées à chaque groupe.



Baguettes de bois de longueur quelconque
partagées en 10 parts égales



Bandes de papier de différentes longueurs

¹ Les rappels régulièrement effectués sont issus [du document cadre de la ressource Fractions et décimaux au cycle 3](#).

CONSIGNE DONNÉE AUX ÉLÈVES

L'unité choisie est la longueur de la règle en bois. Vous devez mesurer la longueur de la bande de papier à l'aide cette unité. Vous pouvez donner plusieurs réponses. Lorsque vous vous êtes mis d'accord, écrivez vos réponses sur l'affiche.

Après un temps de recherche suffisant pour que chaque groupe parvienne à donner au moins une réponse, une première mise en commun est menée avec la classe. Chaque groupe vient commenter au tableau son affiche et expliquer sa façon de procéder. Ce peut être le moment pour la classe de se mettre d'accord sur la réponse attendue : par exemple, si groupe a répondu « *la baguette mesure 13 graduations* », on peut revenir avec la classe sur la consigne, repréciser l'unité avec laquelle on mesure, et chercher la valeur de l'une des « *graduations* ».

Une fois cette synthèse intermédiaire menée, chaque groupe termine le travail². Une nouvelle synthèse collective est conduite afin de faire expliciter les procédures et les différentes écritures.

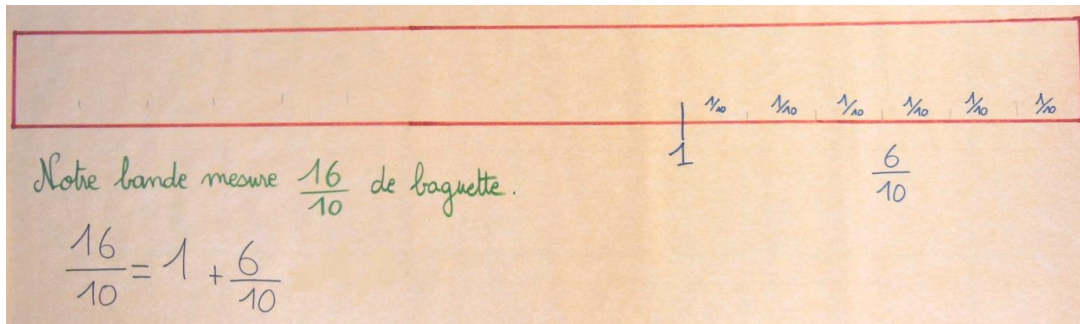
Exemples de productions d'élèves

The image shows three examples of student work on a light blue background. The first example on the left is written in red and black ink. It says 'maître bande mesure de la baguette' and shows a vertical line with '13' written next to it. Below this, the fraction $\frac{13}{10}$ is written, and it is decomposed into $\frac{10}{10} + \frac{3}{10}$, which is further simplified to $1 + \frac{3}{10}$. The second example in the middle is also in red and black ink. It says 'Notre bande mesure $\frac{8}{10}$ de la baguette.' and includes a small diagram of a ruler with two red markings. Below this, the fraction $\frac{8}{10}$ is written as $0 + \frac{8}{10}$. The third example on the right is written in red ink and says 'Nous avons mesuré une baguette plus $\frac{2}{10}$ ou $\frac{12}{10}$ '.

Les élèves réalisent l'affichage qui restera présent dans la salle de classe :



² D'autres bande de papier peuvent être données à mesurer aux groupes les plus rapides.



Le professeur peut aussi scanner quelques affiches et réaliser un montage à faire coller dans le cahier pour accompagner la trace écrite.

Cette activité peut être reprise ultérieurement :

- en donnant des baguettes de longueurs différentes dans chacun des groupes : cela permet de travailler la notion d'unité ;
- pour introduire l'écriture à virgule (cf. [situation 1 de l'annexe 3](#)).

Situation 2 : Construction de nombres

RAPPEL

« Avant d'introduire l'écriture à virgule, il est nécessaire de faire travailler les élèves sur des situations variées mobilisant des fractions décimales, en veillant à ne pas se limiter à des exercices répétitifs uniquement techniques convoquant la reproduction plutôt que la compréhension. »

Type de séance	Réinvestissement des fractions décimales de dénominateur 10 et 100.
Savoir en jeu	Fractions simples, fractions de dénominateurs 10 et 100. Cette séance s'inscrit dans le parcours de la construction du nombre décimal.
Objectifs pour l'élève	Mettre du sens derrière des écritures des fractions décimales (en mot ou en écriture symbolique), comprendre les équivalences entre certaines de ces écritures, consolider le sens de « dixième » et « centième », construire une image mentale de leur valeur.

Modalités (scénario), mise en commun, synthèse

Les élèves disposent en plusieurs exemplaires :

- d'unités ;
- d'unités partagées en 10 parts égales ;
- d'unités partagées en 100 parts égales ;
- des cartes sur lesquelles figurent des nombres.

Les élèves travaillent en groupe. Une seule carte-nombre est distribuée à chaque groupe au début. La tâche consiste en premier lieu à construire le nombre figurant sur la carte à l'aide des unités.

Matériel



Exemples de cartes

206 centièmes

2 unités et 6 centièmes

$$2 + \frac{6}{100}$$

$$\frac{26}{100}$$

26 dixièmes

$$\frac{20}{10} + \frac{6}{100}$$

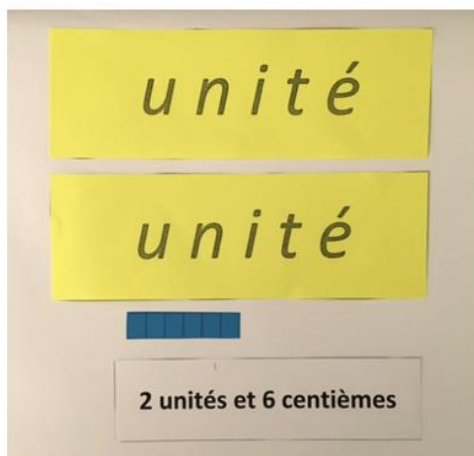
Remarques : Les cartes sont différentes suivant les groupes (un groupe doit construire le nombre 26 dixièmes, un autre groupe construit le nombre 206 centièmes...).

Lorsqu'un groupe a terminé, l'enseignant distribue une autre carte.

Ce scénario permet une différenciation naturelle : l'objectif est le même pour toute la classe, mais certains groupes pourront construire plus de nombres que d'autres, chacun ayant le temps d'avancer à son rythme.

Les élèves collent le nombre construit et la carte-nombre sur une affiche.

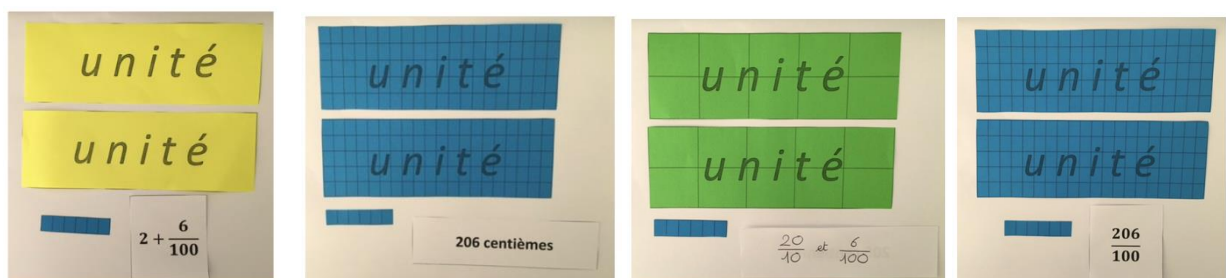
Exemple d'affiche produite par un groupe :



À l'intérieur des groupes, les élèves échangent et confrontent leur représentation de la signification des différentes écritures.

À l'issue de la recherche, les travaux sont mutualisés et commentés avec la classe :

- les erreurs sont débattues avec la classe ;
- les différentes écritures d'un même nombre sont regroupées ensemble, par exemple :



- et dissociés d'autres nombres avec lesquels on aurait pu les confondre :

The left box contains a blue grid representing 26 units (two full rows of 10 and one row of 6) and a fraction $\frac{26}{100}$.

The right box contains three green bars representing 2 units and 6 tenths (two full bars labeled 'unité' and one bar labeled 'uni' with 6 tenths). A label '26 dixièmes' is shown next to it.

Trace écrite

Une trace écrite est conservée sous la forme d'un affichage dans la classe et dans le cahier des élèves.

Exemples de trace écrite

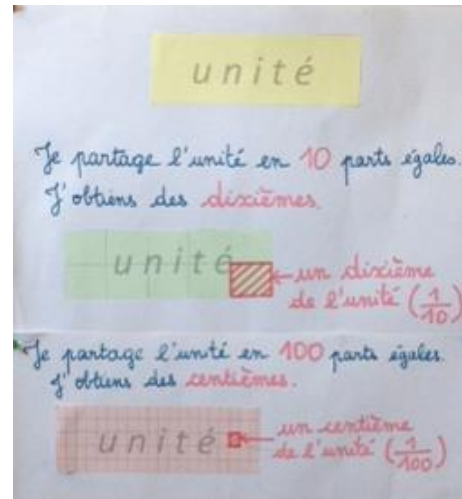
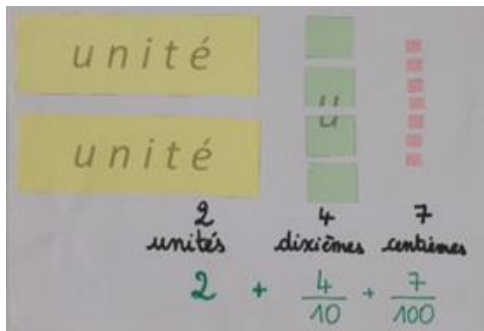
Dans les cahiers, les élèves notent le plus grand nombre d'écritures possibles de 2 unités et 6 centièmes :

The box contains two blue grids representing 2 units and 6 centièmes (two full grids labeled 'unité' and one row of 6 small squares). Below them is the mathematical expression:

$$2 \text{ unités et } 6 \text{ centièmes} = 2 + \frac{6}{100} = \frac{20}{10} + \frac{6}{100}$$

$$= 206 \text{ centièmes} = \frac{200}{100} + \frac{6}{100} \dots\dots$$

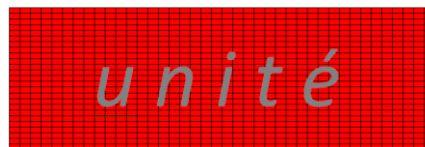
Exemples d'affiches dans la salle de classe :



Remarques

Cette activité permet de travailler

- des équivalences telles que $\frac{100}{100} = \frac{10}{10} = 1$ ou $\frac{20}{10} = 2$, etc. ;
- elle (re)donne du sens à des écritures telles que $\frac{206}{100} = 2$ unités et 6 centièmes = $\frac{20}{10} + \frac{6}{100}$;
- elle crée une image mentale des nombres et du rapport 10 entre les différentes unités ;
- elle facilite les comparaisons (2 unités < 26 dixièmes < 3 unités ; $\frac{26}{100} < 1$...) ;
- elle peut être complexifiée en ajoutant des millièmes (cf. situation 3 de l'annexe 3).



Situation 3

Dans cette situation il est demandé aux élèves de calculer le périmètre d'une figure donnée. Dans un premier temps, il été vérifié que les élèves maîtrisaient la notion de périmètre.

Type de séance	Réinvestissement des fractions décimales.
Savoir en jeu	Fractions partage, fractions de dénominateurs 10 et 100, addition de fractions décimales, transformation d'une fraction supérieure à 1 en la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.
Objectifs pour l'élève	Comprendre les équivalences entre différentes écritures (unités, dixièmes, centièmes), consolider le sens de « dixième » et « centième ».
Modalités (scénario), mise en commun, synthèse	Après un temps de rappel sur la notion périmètre, les élèves travaillent de façon individuelle avant une mise en commun collective.

Exemples de productions d'élèves

Exemple de production correcte

Calcule le périmètre de cette figure

4 unités et $\frac{2}{10}$ d'unité

$\frac{34}{10}$ d'unité (3u et $\frac{4}{10}$)

2,5 unités

3 unités et $\frac{6}{10}$ d'unité

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 + 3 \\
 + 2 \\
 + 3 \\
 \hline
 12
 \end{array}$$

$$\frac{4}{10} + \frac{2}{10} + \frac{6}{10} = \frac{12}{10}$$

= 13,4 u

Écouter l'explication d'[Erwan](#).

Exemple de production correcte sans recours à l'écriture à virgule

Calcule le périmètre de cette figure

5 unités et $\frac{4}{10}$ d'unité

4 unités et $\frac{5}{10}$ d'unité

6 unités et $\frac{3}{10}$ d'unité

16 unités et $\frac{2}{10}$

$$5 + 4 + 6 = 15 \text{ unités}$$

$$\frac{4}{10} + \frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{12}{10}$$

Écouter l'explication de [Yanis](#).

Comme il est rappelé dans le document cadre [fractions et nombres décimaux au cycle 3](#) le passage de la fraction décimale à l'écriture à virgule a besoin d'être travaillé dans la durée pour que la signification en soit maîtrisée.

Exemple de raisonnement exprimé correctement à l'oral mais avec des égalités erronées

Calcule le périmètre de cette figure

$\frac{470}{100}$ d'unité

$\frac{43}{10}$ d'unité

6 unités et $\frac{8}{10}$ d'unité

$$6 + 0 + 0 = 6 \text{ u} + 8 = 15 \text{ u}$$

$$43 + 8 = 51 = \frac{51}{10}$$

$$\frac{470}{100} = \frac{47}{10}$$

$$15 \text{ u et } \frac{1}{10} \text{ et } \frac{70}{100}$$

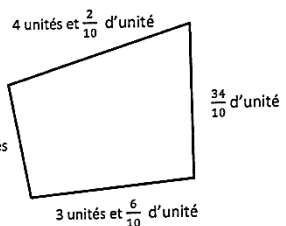
Écouter l'explication de [Solène](#).

Il est explicité dans la ressource [Le calcul en ligne au cycle 3](#) que les étapes de calcul écrites par les élèves doivent être conçues comme un support à la pensée, comme des écrits transitoires qui peuvent ne pas respecter tous les codes de rédaction mathématique, en particulier en ce qui concerne l'utilisation du signe « = » et des parenthèses. Comme pour la production d'écrits, un seuil de tolérance doit être accordé à tous les élèves. Pour distinguer ces étapes de calcul des écrits institutionnels, le professeur pourra faire travailler les élèves sur un support dédié (cahier de recherche, feuilles de couleur, etc.). L'explicitation orale permettra ensuite à l'élève de montrer comment il comprend ces étapes écrites ; le professeur pourra alors, si cela se révèle être le moment opportun, aider l'élève à les faire évoluer pour qu'elles deviennent mathématiquement correctes, mais l'acquisition doit être progressive en autonomie des codes par l'élève doit être progressive.

Il est cependant essentiel que ces étapes de calcul, lorsqu'elles sont écrites par le professeur dans les temps de travail collectif, de mise en commun ou de synthèse visant l'élaboration de la trace écrite institutionnelle, soient à la fois mathématiquement correctes et compréhensibles par les élèves. C'est cette trace écrite finale que l'on retrouvera dans les écrits de référence (cahiers de leçon ou affichages dans la classe).

Exemple de production erronée

Calcule le périmètre de cette figure



$$4 + 2 + 3 = 9 \text{ unités}$$

$$\frac{2}{10} + \frac{6}{10} + \frac{3}{10} + \frac{5}{10} = \frac{16}{10}$$

$$9,16$$

Écouter l'explication d'[Ela-Nur](#).

Questionner l'élève sur la signification de son résultat en l'amenant par exemple à le décomposer permettra de lui faire prendre conscience de son erreur, de l'expliciter et ensuite de corriger.

Trace écrite

Un affichage collectif peut être conservé dans la classe ainsi qu'une copie individuelle dans le cahier des élèves.

Situation 4 : questions flash (sous la modalité activités mentales)

Type de séance	Faire vivre les acquis tout au long de l'année pendant chaque période, renforcer les automatismes.
Savoir en jeu	Manipulation de diverses écritures des fractions décimales, décompositions diverses, liens entre les différentes unités de numération, calculs, comparaisons, etc.
Objectifs pour l'élève	Automatiser progressivement les diverses écritures des fractions décimale, construire un répertoire et l'enrichir.
Modalités (scénario), mise en commun, synthèse	Après un temps de rappel sur la notion périmètre, les élèves travaillent de façon individuelle avant une mise en commun collective.

Modalités (scénario), mise en commun, synthèse

Les situations exposées ci-dessus donnent un aperçu de la variété des exercices qu'il est possible de proposer selon la modalité « activité mentale » ; dans ce type de situation, les énoncés sont donnés successivement ; les élèves sont invités à n'écrire que la réponse, la démarche nécessaire à la résolution de l'exercice étant gérée mentalement. Une phase de mise en commun permet ensuite, lors d'un débat dans la classe, de valider ou d'invalider les réponses fournies.

Les activités mentales facilitent l'exploration des nombres selon les différents registres (langagier, numérique, graphique, etc.) dans lesquels ils peuvent apparaître. La construction du sens de ces nombres et des opérations afférentes sera favorisée par une pratique régulière, sur toute la durée du cycle 3, de situations articulant ces différents registres.

Les temps de mise en commun succédant à la recherche individuelle fourniront aux élèves l'occasion de formuler leurs démarches et contribueront au repérage des erreurs liées à une compréhension non aboutie.

Dans ce type d'activité, une différenciation peut aisément s'opérer en jouant sur les types de nombres, sur les relations entre ces nombres, ainsi que sur le niveau de difficulté des procédures de calcul mental dont la mobilisation est nécessaire.

La pratique régulière d'activités mentales sur toute la durée du cycle rend possible, la construction d'automatismes ; ces automatismes ont vocation à être mis au service de la résolution de problèmes et permettre l'acquisition de savoir-faire et compétences d'un niveau supérieur.

Les questions « flash » peuvent être présentées selon différentes modalités : papier (l'élève dispose de la question écrite sur le cahier), diaporama ou tableau (l'élève voit une consigne pour un temps court et écrit sa réponse sur son cahier), oral (où l'élève entend une consigne et écrit la réponse sur le cahier).

Le choix de ces modalités n'est pas anodin, car il peut induire des procédures différentes chez les élèves.

Ainsi, dans les exemples ci-dessous, l'énoncé ① incitera plutôt l'élève à poser l'opération, l'énoncé ② amène à un traitement utilisant les fractions décimales et l'énoncé ③, plus ouvert, laisse le choix à l'élève de la façon de représenter les nombres.

ÉNONCÉ ① (donné à l'écrit)

Calcule $2,4 + 3,15$.

ÉNONCÉS ② (projetés)

- Calcule 2 et $\frac{4}{10} + 3$ et $\frac{15}{100}$.
- Calcule la somme de deux unités et quatre dixièmes et de trois unités et quinze centièmes.

ÉNONCÉ ③ (donné à l'oral)

Calcule deux unités et quatre dixièmes plus trois unités et quinze centièmes.

Trace écrite

Ce type d'activités doit déboucher sur une synthèse, dans un premier temps à l'oral, puis écrites. Cette synthèse peut être une explicitation de la procédure à mémoriser, mais aussi, plus simplement, un ou plusieurs exemples représentatifs et transférables de mises en œuvre de cette procédure.

Quelques idées de questions flash (chacune à positionner à différents moments sur le cycle pour anticiper, revoir, faire vivre les acquis ou automatiser) :

- Combien de dixièmes dans $\frac{352}{100}$?
- Quel est le chiffre des dixièmes dans $\frac{734}{100}$?
- Calculer : 3 fois $\frac{42}{10}$
- Un dixième partagé en 10, c'est ...
- 100 fois un dixième, c'est ...
- Deux fois un dixième c'est : a) un centième b) un vingtième c) deux dixièmes d) deux vingtièmes
- La moitié de la moitié de l'unité, c'est ...
- La moitié de l'unité plus la moitié de l'unité, c'est ...
- Lecture de représentations de fractions diverses ou de situations du type « réglette cuisenaire » (cf situation 1)
- En calcul en ligne, calcul de périmètres (cf situation 4)
- En calcul en ligne : 2 unités et 57 centièmes + 5 unités et 8 dixièmes = ?
- En calcul en ligne : 35 dixièmes – 13 centièmes = ?
- En calcul en ligne : « À la boulangerie j'achète 3 croissants à 1,10 €, 2 baguettes à 80 centimes et une brioche à 4,40 €. Quel est le montant de mes achats ? »
- Donner plusieurs autres écritures de : « le quart de 13 unités »
- Donner plusieurs autres écritures de : « 13 quarts de l'unité »
- Quel est le nombre d'unités dans 6 dizaines et 60 dixièmes ?
- Quel est le chiffre des unités dans 6 dizaines et 60 dixièmes ?
- Combien y a-t-il de millimètres dans 15 cm ?
- Quel est le nombre entier compris entre $\frac{328}{100}$ et 43 dixièmes ?

On pourra proposer, selon le même principe, d'autres activités mentales au moment où l'écriture à virgule deviendra disponible, celle-ci cohabitant avec les autres écritures déjà travaillées.

- Calcule $3,4 + 7$ dixièmes
- Donne d'autres écritures de 5,72
- Combien y a-t-il d'unités dans $\frac{13}{10} + 15,7$?
- Combien y a-t-il de centimètres dans 1,6 m ?

Voir aussi la ressource [Le calcul en ligne au cycle 3](#).